ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XV Сем. № 170. № 2.

Старое и новое о нѣкоторыхъ простѣйшихъ физическихъ явленіяхъ.

ДАВЛЕНІЕ ВОЗДУХА.

Глава вторая.

Новое.

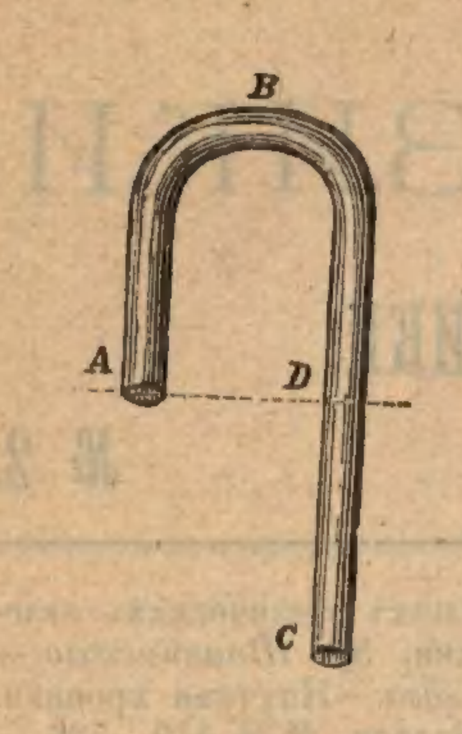
(*Продолженіе* *))

Опытъ VIII. Переливаніе жидкости помощью сифона. Быть можетъ, вслѣдствіе того, что вопросъ считается слишкомъ простымъ и элементарнымъ, теоріи сифона не посчастливилось въ курсахъ и учебникахъ. Обыкновенно она излагается не довольно ясно, а иногда неточно и даже ошибочно. Въ моемъ курсѣ физики я старался дать этому предмету надлежащее и точное развитіе. Нѣкоторые позднѣйшіе составители курсовъ воспользовались моимъ объясненіемъ, нѣкоторые остаются при неточномъ истолкованіи. Заслуживаетъ вниманія, что въ курсахъ физики покойнаго академика Ленца, по которымъ десятки лѣтъ у насъ преподавалась физика, теорія сифона изложена неудовлетворительно и на это однако никто не обратилъ вниманія, хотя изложеніе передавалось сотнями учителей и изучалось тысячами учащихся. У академика Ленца есть два объясненія сифона: одно въ гимназическомъ руководствѣ физики, другое въ позднѣйшей переработкѣ этого руководства для военно-учебныхъ заведеній. Приведемъ объясненіе сифона, какъ оно сдѣлано въ этомъ послѣднемъ руководствѣ (Ч. I, 201, изд. 1855 г.). „На изогнутый водяной столбъ ABC (фиг. 8) дѣйствуетъ *при*

---

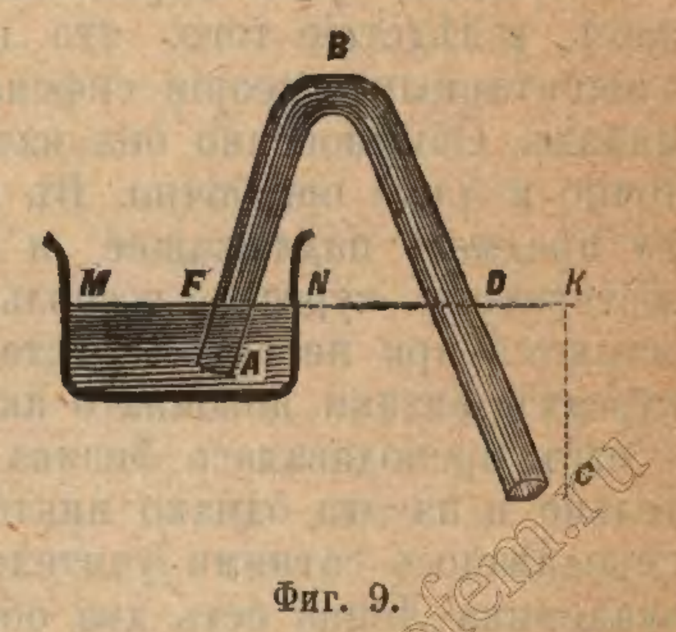
*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 169.

оконечности А снизу вверхъ давленіе b атмосферы, уменьшаемое вѣсомъ q водяного столба АВ. Поэтому давленіе на А будетъ $b-q$. На другую оконечность С тоже снизу вверхъ дѣйствуетъ почти совершенно то же давленіе атмосферы b уменьшаемое на вѣсъ q' водяного столба ВС, слѣдовательно $b-q'$. Но вѣсъ q' равенъ вѣсу $BD=q$ и вѣсу $DC=p$. Слѣдовательно $b-q'=b-q-p$. Итакъ давленіе на оконечность С снизу вверхъ величиною p меньше давленія, дѣйствующаго при А снизу вверхъ. Изъ этого слѣдуетъ, что водяной столбъ ABC долженъ двигаться по направленію отъ А чрезъ BDC". Объясненіе не вѣрно. И при А и при С дѣйствуетъ атмосферное давленіе, ничѣмъ не уменьшаемое. Давленія $b-q$ и $b-q'$ соотвѣтствуютъ не точкамъ А и С, а точкѣ В, при вершинѣ трубки. Въ сѣченіи этой точкѣ соотвѣтствующемъ надлежитъ разсматривать разность давленія.



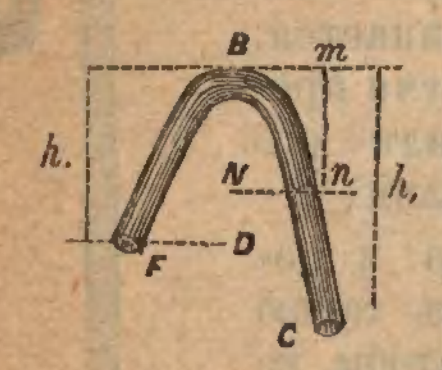
Фиг. 8.

Въ курсѣ физики Ленца для гимназій объясненіе точнѣе, но много труднѣе для пониманія и способно вести къ недоразумѣніямъ со стороны учащагося (Физика Ленца изд. VI, 1864 г. ч. I, 140. Теорія изложена безъ измѣненія, какъ и въ предыдущихъ изданіяхъ). „Представимъ себѣ (фиг. 9), что уровень воды MN продолженъ до D. Давленіе воздуха на воду въ части FBD съ обѣихъ сторонъ одинаково, именно равно атмосферному давленію, распространяющемуся, съ одной стороны до F чрезъ воду, заключенную въ сосудѣ, а съ другой стороны до D чрезъ жидкость въ CD. И такъ вода въ FBD не пойдетъ ни въ сосудъ, ни въ другую сторону. На площадь же С въ направленіи отъ D къ С дѣйствуютъ во первыхъ то же атмосферное давленіе, какъ и на MN, а во вторыхъ дѣйствіе водяного столба DC, изображаемое высотою КС; а съ другой стороны на ту же площадь С въ противномъ направленіи отъ С къ D дѣйствуетъ во первыхъ атмосферное давленіе, равное первому, во вторыхъ давленіе воздушнаго столба, высота котораго равна КС. Равныя атмосферныя давленія одно уравновѣшиваетъ другое, а такъ какъ вода тяжелѣе воздуха, то давленіе водяного столба внизъ будетъ больше, чѣмъ давленіе воздушнаго столба вверхъ и вслѣдствіе того вода, находящаяся въ DC должна выливаться. При этомъ выливаніи въ D *образуется пустое пространство*, которое тотчасъ наполнится водою изъ BD, за нею послѣдуетъ вода изъ FB и т. д. Такимъ образомъ вода будетъ выливаться изъ сосуда до тѣхъ поръ, пока не понизится до А". Упоминаніе о пустотѣ немедленно наполняющейся не должно ли породить въ учащемся мысль, что древнее начало „боязни пустоты" не исчезло и изъ современной физики? Приведеніе объясненія къ Паскалеву принципу распространенія давленія



Фиг. 9.

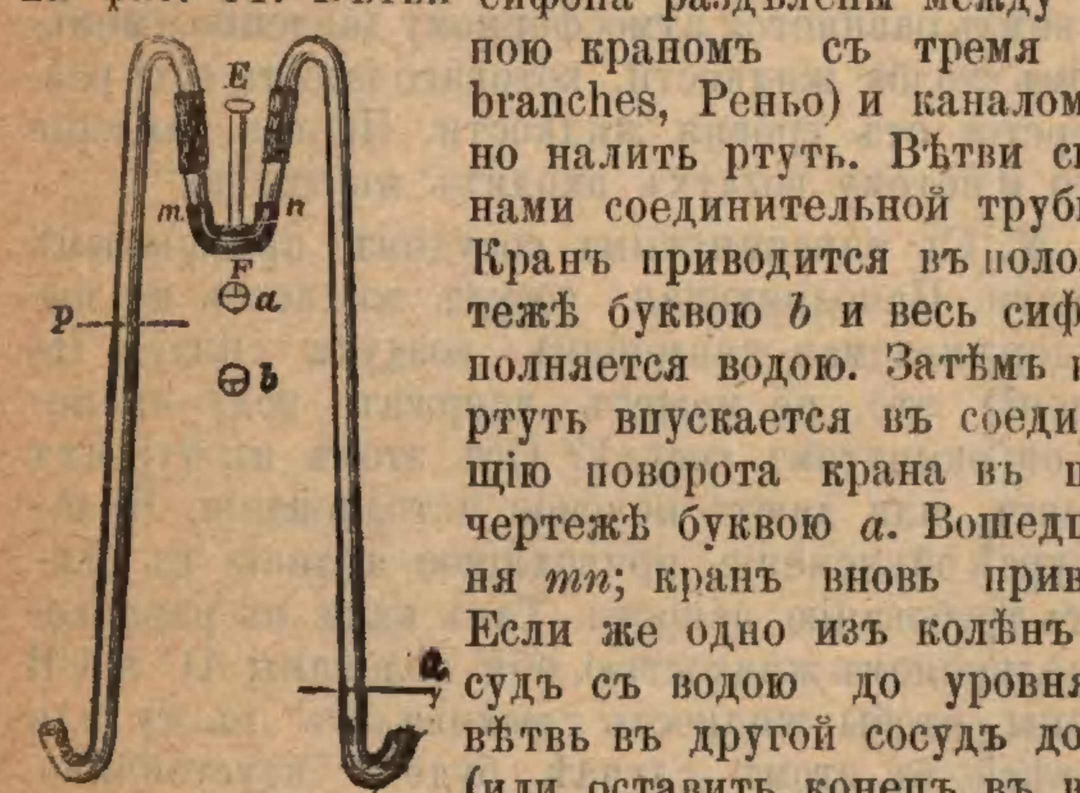
чрезъ жидкую массу едва-ли съ ясностію усвоится учащимися. Если уже говорить о различіи атмосфернаго давленія на разной высотѣ въ предѣлахъ одной комнаты, то, можетъ быть, неизлишне было бы добавить, что разница эта настолько незначительна, что въ разсчетъ можетъ быть не принимаема.



Фиг. 10.

Если при объясненіи сифона прибѣгать къ распространенію давленія по закону Паскаля, то слѣдовало разсуждать такимъ образомъ. Относительно сѣченія F: въ этой точкѣ снизу вверхъ дѣйствуетъ атмосферное давленіе P, а сверху внизъ (фиг. 10), переданное отъ сѣченія C атмосферное давленіе P, уменьшенное столбомъ h_1 и увеличенное столбомъ h то есть $P - h_1 + h$. Избытокъ снизу вверхъ $P - P + h_1 - h = h_1 - h$. Относительно какого нибудь сѣченія N: сверху $P - h + mn$; снизу $P - nC$. Избытокъ сверху $P - h + mn - P + nC = h_1 - h$, ибо $mn + nC = h_1$.

Для нагляднаго поясненія теоріи сифона и обнаруженія дѣйствующихъ въ немъ давленій можетъ служить снарядъ, по моей мысли удачно осуществленный преподавателемъ физики въ Ремесленномъ училищѣ Цесаревича Николая, А. Н. Яковлевскимъ. Снарядъ изображенъ на фиг. 11. Вѣтви сифона раздѣлены между собою трубкою, снабженною краномъ съ тремя вѣтвями (robinet à trois branches, Реньо) и каналомъ EF, чрезъ который можно налить ртуть. Вѣтви сифона соединены съ колѣнами соединительной трубки каучуковыми трубками. Кранъ приводится въ положеніе, означенное на чертежѣ буквою b и весь сифонъ чрезъ всасываніе наполняется водою. Затѣмъ влитая чрезъ каналъ EF ртуть впускается въ соединительную трубку помощію поворота крана въ положеніе, означенное на чертежѣ буквою a. Вошедшая ртуть достигаетъ уровня mn; кранъ вновь приводится въ положеніе a. Если же одно изъ колѣнъ сифона опустить въ сосудъ съ водою до уровня P, погрузивъ другую вѣтвь въ другой сосудъ до болѣе низкаго уровня Q (или оставить конецъ въ воздухѣ), то увидимъ, что ртуть на сторонѣ короткой вѣтви сифона будетъ стоять ниже, чѣмъ на сторонѣ длинной вѣтви, слѣдовательно давленіе со стороны короткой вѣтви сифона значительнѣе, чѣмъ со стороны длинной. Чѣмъ значительнѣе разница уровней P и Q, тѣмъ больше разница уровней ртути въ колѣнахъ соединительной трубки.



Фиг. 11.

Если, снявъ каучуковую трубочку, отдѣлимъ длинную вѣтвь сифона, то ртуть тотчасъ подымется выше въ каналѣ, соотвѣтствующемъ короткой вѣтви, свидѣтельствуя, что давленіе со стороны воды менѣе атмосфернаго, дѣйствующаго на ртуть въ открытомъ каналѣ.

Тоже можно обнаружить помощію трубки, согнутой какъ видно на фиг. 12. Ртуть въ открытомъ колѣнѣ стоитъ ниже чѣмъ въ колѣнѣ въ которомъ давитъ вода, наполняющая трубку.

Можно наконецъ снабдить сифонъ въ верхней части манометромъ и прибавить боковую трубку, чтобы обнаружить давленіе при уровнѣ крана, когда отверстіе закрыто и когда чрезъ него происходитъ истеченіе.

Опытъ IX. Опытъ съ переливаніемъ воздуха помощью сифона. Въ курсахъ опытъ этотъ не упоминается, хотя интересенъ и производитъ впечатлѣніе, будучи произведенъ въ достаточныхъ размѣрахъ. Я включилъ его въ свой курсъ физики, откуда и заимствую описаніе.


Фиг. 12.

„Введемъ въ трубку наполненную жидкостью и погруженную отверстіемъ (фиг. 13) въ сосудъ съ такою же жидкостью, короткое колѣно сифона такъ, чтобы во время этого введенія жидкость не вошла въ сифонъ (для этого отверстіе длинной вѣтви должно закрыть пальцемъ) и притомъ такъ, чтобы конецъ короткой вѣтви былъ выше уровня жидкости въ сосудѣ. Открывъ отверстіе длинной вѣтви замѣтимъ, что пузырьки воздуха будутъ стремительно входить въ трубку и наполнятъ ее. Это явленіе объясняется разностью давленій снизу вверхъ и сверху внизъ при отверстіи короткой вѣтви сифона. Такъ какъ сифонъ открытъ и наполненъ воздухомъ то снизу вверхъ давитъ атмосфера; давленіе сверху внизъ равняется атмосферному давленію уменьшенному вѣсомъ столба жидкости, котораго высота есть разстояніе отверстія отъ уровня жидкости. Первое давленіе болѣе второго и потому воздухъ входитъ въ трубку“.

Фиг. 13.

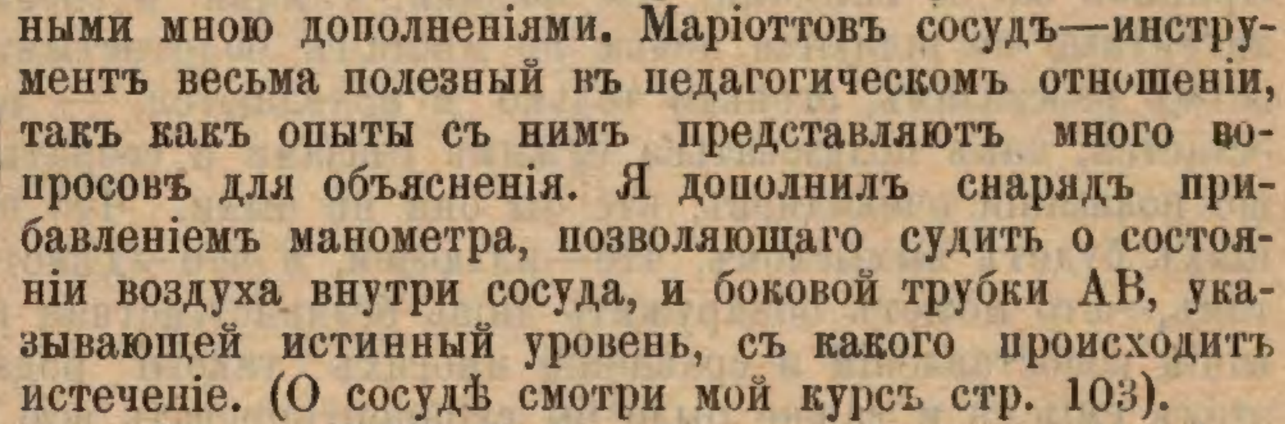
Опытъ X. Съ опрокинутымъ сосудомъ прикрытымъ листкомъ бумаги. Наполняющая сосудъ жидкость не выливается, удерживаемая давленіемъ воздуха снизу. Но почему давленіе это не можетъ удержать воду въ неприкрытомъ опрокинутомъ сосудѣ? Объ этомъ въ курсахъ или не говорятъ, или даютъ неясное истолкованіе. Полагаю, что данное въ моемъ курсѣ объясненіе, приводящее явленіе къ дѣйствію сифона, удовлетворяетъ требованію ясности. Такъ какъ въ равнолѣнномъ сифонѣ ACB, наполненномъ жидкостью, обѣ половины AC и CB одинаковы, то нѣтъ причины, чтобы жидкость выливалась въ ту или другую сторону. Но равновѣсіе въ этомъ случаѣ будетъ неустойчиво, ибо, при самой незначительной разницѣ высоты жидкости при концахъ A и B, тотчасъ начнется истеченіе въ сторону болѣе длинной колонны. Этотъ опытъ разъясняетъ, почему вода выливается изъ открытаго опрокинутаго сосуда, не смотря на атмосферное давленіе снизу. Если напримѣръ, при какой нибудь точкѣ поверхности жидкости *c* вода хотя нѣсколько ниже чѣмъ при другой точкѣ *d*, то мы можемъ эти мѣста разсматривать какъ концы воображаемаго сифона, въ которомъ жидкость не можетъ остаться въ равновѣсіи.

Опытъ XI. Такъ называемая волшебная лейка если дать ей форму сосуда съ дномъ изъ сѣтки можетъ служить къ поясненію выливанія жидкости изъ закрытаго сверху, но не закрытаго снизу сосуда. Стѣнки сдѣланы стеклянныя, чтобы наблюдать про-

никновенie воздуха чрезъ нижнiя дирочки. Когда нижняя поверхность горизонтальна, жидкость не выливается. Но какъ скоро сосудъ нѣсколько наклоненъ, начинается сифонообразное дѣйствie, жидкость вытекаетъ съ пониженной стороны, а съ противоположной бѣгутъ пузырьки воздуха.

Не останавливаемся на случаѣ опрокинутой трубки съ малымъ отверстiемъ, изъ которой жидкость не выливается вслѣдствiе того, что отверстie является какъ бы прикрытымъ капиллярною пленкою. Для изученiя участiя капиллярности въ явленiи надлежало бы произвести опыты съ пипеткою, измѣняя отверстie истеченiя (по способу, напримѣръ, дiафрагмы микроскопа, круглое отверстie которой можно увеличивать и уменьшать сохраняя его круглымъ). Опыты можетъ быть были бы полезны для изученiя капиллярныхъ явленiй.

Опытъ XII. Фиг. 14 изображаетъ Марiоттовъ сосудъ со введенными мною дополненiями. Марiоттовъ сосудъ—инструментъ весьма полезный въ педагогическомъ отношенiи, такъ какъ опыты съ нимъ представляютъ много вопросовъ для объясненiя. Я дополнилъ снарядъ прибавленiемъ манометра, позволяющаго судить о состоянiи воздуха внутри сосуда, и боковой трубки АВ, указывающей истинный уровень, съ какого происходитъ истеченie. (О сосудѣ смотри мой курсъ стр. 103).



Фиг. 14.

Опытъ XIII. Заключимъ опыты указанiемъ на прieмъ, какимъ нерѣдко пользовался Реньо въ своихъ многочисленныхъ изслѣдованiяхъ надъ газообразными тѣлами. Прieмъ этотъ—употребленie такъ называемаго крана съ тремя вѣтвями (robinet à trois branches), служившiй для изученiя расширенiя газовъ, могущiй также служить воздушнымъ термометромъ. Снарядъ состоитъ изъ двухъ соединенныхъ между собою внизу при помощи крана D трубокъ, изъ которыхъ одна N открытая, другая M закрываемая обыкновеннымъ краномъ или соединяемая съ резервуаромъ А. Кранъ D, имѣетъ три вѣтви, позволяющiя, смотря по его положенiю, то привести колѣна N и M въ сообщенie, то выпустить ртуть изъ того или другого колѣна или, наконецъ, вмѣстѣ изъ обоихъ. Вообще такой снарядъ, въ формѣ ли воздушнаго термометра, или въ формѣ волюмометра Реньо, или наконецъ просто въ формѣ двухъ соединенныхъ трубокъ, одной открытой, другой снабженной краномъ,—приводимыхъ въ сообщенie помощью крана съ тремя вѣтвями, долженъ бы составлять принадлежность каждаго физическаго кабинета. Упражненie съ нимъ, при разныхъ положенiяхъ крана D, полезно для усвоенiя различныхъ условiй воздушнаго давленiя и для ознакомленiя съ закономъ Марiотта.

Проф. *Н. Любимовъ.*

(Продолженie слѣдуетъ).

БЛУДЯЩІЕ ОГОНЬКИ.

(*Тема для корреспондентовъ*).

Подымая вопросъ о томъ, что такое блудящіе огоньки (Jrrlicht, feu follet), я обращаюсь къ читателямъ съ покорнѣйшей просьбою доставить въ своихъ отвѣтахъ все, что имъ извѣстно объ этомъ загадочномъ явленіи, чтобы собранный такимъ образомъ на страницахъ этого журнала матеріалъ могъ хотя до нѣкоторой степени способствовать разсѣянію того мрака, коимъ эти огоньки покрыты.

При собираніи подобнаго матеріала, я не думаю, чтобы надо было избѣгать показаній и разсказовъ людей вовсе необразованныхъ и суевѣрныхъ. Вѣдь изъ такихъ то, по преимуществу, показаній и составилась общепринятая вѣра въ существованіе блудящихъ огоньковъ. Принявъ же во вниманіе, что физики, химики и вообще люди интеллигентные не шляются ночью по мѣстамъ болотистымъ, гдѣ, согласно всѣмъ разсказамъ, огоньки только и появляются, — ничего иного не остается, какъ пользоваться чужими глазами и собрать возможно больше показаній очевидцевъ, кто бы они ни были. Что въ этихъ показаніяхъ будетъ вымысломъ, что—иллюзіей, и что—дѣйствительнымъ фактомъ,—это можетъ обнаружить лишь безпристрастная критика на основаніи сопоставленій и сравненій многихъ такого рода данныхъ. Въ этомъ смыслѣ и важно было бы сконцентрировать всю корреспонденцію по этому вопросу.

Небезъинтересно было бы также прислушаться къ различнымъ легендамъ и сказкамъ, связаннымъ съ простонароднымъ толкованіемъ блудящихъ огоньковъ. Легенды эти, безъ сомнѣнія, носятъ народный отпечатокъ, и въ различныхъ государствахъ и даже провинціяхъ онѣ иныя. Въ Германіи, напримѣръ, блудящій огонь—это, по нѣкоторымъ сказаніямъ, фонарь горнаго духа рудниковъ, у насъ, въ тѣхъ мѣстностяхъ, гдѣ еще и нынѣ находятъ зарытые въ землю клады, — это — деньги горятъ, въ Польшѣ—это грѣшная душа монаха, растратившаго собранное на монастырь подаяніе; въ иныхъ мѣстахъ—есть множество различныхъ сказаній о душахъ самоубійцъ, некрещенныхъ дѣтей, поддѣлывателей монетъ, и пр. и пр. Общее въ такихъ легендахъ то, что огоньки эти неуловимы и, показываясь то тутъ, то тамъ, какъ бы стремятся завлечь человѣка въ непроходимыя трясины, сбивая его съ пути. Отсюда и ихъ названіе.

Чтобы выяснить вопросъ, не служитъ ли доказательствомъ реальности разсматриваемаго явленія самый фактъ повсемѣстнаго существованія подобнаго рода легендъ и народныхъ вѣрованій, слѣдовало бы прежде всего убѣдиться, не смѣшиваются ли наблюдателями блудящіе огоньки съ обыкновеннымъ явленіемъ свѣченія (фосфоресценціи) кусковъ гніющаго дерева, или насѣкомыхъ, или иныхъ предметовъ. Между фосфорическимъ свѣтомъ и пламенемъ (какого нибудь газа) разница во 1-хъ та, что лишь послѣднее выдѣляетъ тепло; и вотъ въ вопросѣ о томъ, грѣетъ ли или нѣтъ блудящій огонекъ, мнѣнія крайне расходятся. Одни говорятъ, напр., что имъ удалось зажечь въ такомъ огнѣ паклю, другіе—что они вкладывали въ него руку и не чувство-

вали ничего. Бывшій проф. физики (въ Кіевѣ) Кнорръ разсказывалъ, что, въ бытность свою студентомъ, онъ видѣлъ блудящіе огоньки на болотистой мѣстности возлѣ Герцберга, и будто одинъ изъ нихъ, фіолетовый по краямъ и желтый въ центрѣ, цилиндрической формы, высотою въ 12 цм. и толщиною въ 4 цм., горѣлъ неподвижно въ разстояніи нѣсколькихъ лишь шаговъ отъ дороги; введя въ это пламя латунный наконечникъ своей палки, онъ продержалъ его болѣе 10 минутъ и все таки не замѣтилъ потомъ никакого нагрѣванія. Съ другой стороны, нѣкій прусскій маіоръ Блессонъ, видавшій огоньки неоднократно и въ различныхъ мѣстностяхъ, увѣрялъ, что въ иныхъ случаяхъ ему удавалось зажечь въ такомъ огонькѣ бумагу, а въ иныхъ—на ней оставался лишь слой какой то слизи.

Второй критерій для различія отъ самосвѣтящихся гніющихъ предметовъ—это всѣми признаваемая подвижность огоньковъ. Вопросъ тутъ усложняется еще и тѣмъ, что двигаться могутъ и свѣтящіеся червячки, а съ другой стороны—глазомѣрная оцѣнка движущагося въ темнотѣ источника свѣта весьма ненадежна. Въ этомъ отношеніи область оптической иллюзіи можетъ принять широкіе размѣры. Извѣстный астрономъ Бессель разсказывалъ, однакожъ, что въ декабрѣ 1807 года, въ пасмурную и тихую ночь, онъ очень ясно видѣлъ сотни блудящихъ огоньковъ на болотѣ около Лиліенталя; нѣкоторые изъ нихъ казались близко, не дальше 15—20 шаговъ, другіе дальше; вспыхивали они сотнями, но каждый изъ нихъ горѣлъ не болѣе $^1/_4$ минуты; одни оставались за это время неподвижными, иные же казались перемѣщающимися отдѣльными группами. Это явленіе наблюдали также нѣсколько моряковъ, которые, впрочемъ, не находили въ немъ ничего необычайнаго.

Слѣдующій затѣмъ вопросъ касается смѣшиванія наблюдателями блудящихъ огоньковъ съ электрическими огоньками Св. Эльма. Во многихъ случаяхъ такое смѣшеніе весьма возможно и устранить на этотъ счетъ всякія сомнѣнія тѣмъ болѣе трудно, что, согласно всѣмъ извѣстіямъ, огоньки чаще всего наблюдались лѣтомъ и осенью, въ особенности послѣ ливней, а стало быть вообще въ такое время, когда наиболѣе возможно скопленіе атмосфернаго электричества и тихіе его разряды во влажномъ воздухѣ.

Далѣе—стоитъ на очереди крайне загадочный вопросъ о кускахъ бѣловатаго студня, падающихъ на землю съ дождемъ, и имѣющихъ связь съ огоньками, если вѣрить различнымъ разсказамъ. Въ физической географіи Кледена*) читаемъ: „Говорятъ, что иногда въ связи съ падающими звѣздами появляются такъ называемые блудящіе огоньки (см. рис.), происхожденіе которыхъ приписываютъ будто бы падающей изъ воздуха студенистой массѣ, похожей на тѣло (?) лягушки или на вареное саго". (Тутъ очевидная ошибка переводчика: сходство усматривается не съ „тѣломъ", а съ „икрою" лягушки). О такого рода желеобразныхъ огонькахъ есть, кажется, упоминаніе и у Гёте въ „Фаустѣ". Мушенброкъ въ своей книгѣ: „Introductio in philosophiam naturalem" (1762) говоритъ, что блудящіе огоньки имѣютъ форму круглую, вели-

*) См. русскій переводъ, вып. II стр. 769.

чину пламени свѣчи, а иногда и больше, и пурпуровый цвѣтъ; обыкновенно движутся въ воздухѣ возлѣ самой поверхности земли, однакожъ въ Италіи, возлѣ Болоньи, гдѣ ихъ много, подымаются на шесть футовъ отъ земли; когда ихъ поймать, то въ рукѣ окажется клейкое свѣтлое вещество, холодное на ощупь. Другой извѣстный физикъ Хладни упоминаетъ въ одномъ своемъ сочиненіи (о происхожденіи Палласова желѣза), что лѣтомъ 1781 г., въ одномъ изъ садовъ Дрездена, онъ видѣлъ во время вечерняго дождя значительное число свѣтлыхъ точекъ, прыгающихъ по мокрой травѣ; онѣ двигались по вѣтру и цѣплялись за колеса экипажа; поймавъ не безъ труда нѣсколько изъ нихъ, онъ нашелъ, что это были небольшіе куски студенистой массы, безъ запаха и вкуса *).

Въ связи съ этимъ возникаетъ еще вопросъ о справедливости показаній такихъ наблюдателей, какъ вышеупомянутый Блессонъ, утверждавшихъ, что на кускахъ бумаги или дерева, введенныхъ въ блудящій огонекъ, остается какая то слизь. Если принять эти показанія, то что же это за слизь такая?

Или—быть можетъ—между выпаденіемъ на землю кусковъ студенистой массы и явленіемъ блудящихъ огоньковъ нѣтъ ничего общаго, и совмѣщеніе этихъ двухъ метеоровъ надо приписать какой либо случайности?

Такое допущеніе, повидимому, наиболѣе популярно, ибо во многихъ книгахъ явленіе огоньковъ стараются объяснить чисто химически—самовозгараніемъ выдѣляющихся изъ почвы газовъ (какъ напр., въ окрестностяхъ Баку). Но углеводородистые газы, выдѣляющіеся изъ болотъ, сами собою на воздухѣ не воспламеняются, и потому приписывать имъ возникновеніе блудящихъ огоньковъ наврядъ ли возможно **). Изъ другихъ газовъ, выдѣленіе которыхъ можно допустить здѣсь, наиболѣе подходятъ для объясненія явленія соединенія фосфора съ водородомъ. Изъ нихъ: трехъ-водородистый фосфоръ PH_3,—газъ, и двухъводородистый—P_2H_4—жидкость; эта то послѣдняя и отличается способностью самовозгараться въ воздухѣ, а такъ какъ соединеніе это весьма не прочно и легко распадается на твердый, (полуводородный)

---

*) Мнѣ помнится, что въ дѣтствѣ я нашелъ въ деревнѣ, тотчасъ послѣ сильнаго лѣтняго ливня, кусокъ такой массы, болѣе всего похожей на молочный кисель, неправильной формы, величиной въ волосскій орѣхъ. Принеся его домой, я услышалъ отъ „старшихъ“ авторитетный отвѣтъ, что „это кусокъ оторвавшейся тучи“.—Другой разъ, когда уже готовился въ гимназію, тоже въ деревнѣ, зайдя случайно во время лѣтняго ливня въ то отдѣленіе флигеля, гдѣ была устроена общая дымовая труба, я былъ пораженъ, увидя на черномъ фонѣ покрытыхъ сажею стѣнокъ этой трубы, свѣтящія точно искры, капли, изрѣдка попадающія въ трубу вмѣстѣ съ крупными каплями дождя. Испугавшись, я побѣжалъ разсказать „старшимъ“, но мнѣ не повѣрили, кажется, и никто не захотѣлъ пойти удостовѣриться въ истинности моего разсказа.

**) Эрнестъ Карусъ, авторъ статьи объ огонькахъ въ журналѣ „Prometheus“, (изложенной также въ журналѣ „Wszechświat“, откуда я заимствовалъ большую часть приводимыхъ здѣсь фактовъ), желая спасти эту гипотезу, придумываетъ новую, говоря, что, быть можетъ, углеводороды самовозгораются въ данномъ случаѣ, благодаря присутствію въ воздухѣ озона.

фосфоръ P_2H и на вышеуказанный газъ PH_3, который въ воздухѣ можетъ горѣть, то этимъ и можно было бы объяснить появленіе надъ поверхностью болотъ вспыхивающихъ огоньковъ, аналогично тому, какъ объясняются, напр., опыты съ реакціею воды (или слабой кислоты) на фосфористый кальцій, или щелочи на фосфоръ, сопровождающейся выдѣленіемъ самовозгарающихся надъ поверхностью воды пузырьковъ газа *). Но пузырьки эти, сгорая бѣлымъ пламенемъ, даютъ кольца бѣлаго дыма (фосфорную кислоту) и отличаются характернымъ чесночнымъ запахомъ; между тѣмъ никто изъ наблюдавшихъ блудящіе огоньки не упоминалъ, кажется, ни о дымѣ, ими причиняемомъ, ни о запахѣ. Да и самый цвѣтъ ихъ не подходитъ, по описаніямъ, къ ярко бѣлому цвѣту пламени фосфора. Такимъ образомъ и въ отношеніи химическихъ процессовъ явленіе огоньковъ остается загадочнымъ. Замѣчу, кстати, что есть еще одинъ самовозгарающійся газъ, состава $P(C_2H_5)_2$, но по скольку возможно допустить его образованіе и выдѣленіе изъ болотистой почвы—это пусть рѣшаютъ спеціалисты химики.

Попытавшись представить въ этомъ бѣгломъ очеркѣ всю недостаточность точныхъ свѣдѣній объ этомъ интересномъ безспорно метеорѣ, я, въ заключеніе, повторяю приглашеніе редакціи „Вѣстника Оп. Физики“ сообщить ей все, что удастся добыть или узнать о блудящихъ огонькахъ, и каждаго изъ читателей, заинтересовавшагося этимъ вопросомъ, прошу подѣлиться имъ со своими знакомыми, ради собранія возможно большаго числа отвѣтовъ.

Эр. Шпачинскій.

О ПРИБЛИЖЕННЫХЪ ВЫЧИСЛЕНІЯХЪ

безъ логариѳмовъ.

1 Вычисленіе называется *приближеннымъ*, если въ результатѣ его получается число, выражающее искомую величину не точно, а только приблизительно. Число, выражающее величину приблизительно, называется *приближеннымъ*. Число большее или равное разности между точнымъ числомъ и числомъ приближеннымъ называется *приближеніемъ* или *точностью* приближеннаго числа **). Обыкновенно точность приближенныхъ чиселъ выражаютъ цѣлыми степенями десяти, меньшими единицы, т. е. десятичными дробями 0.1, 0.01, 0.001, и т. д., общій видъ которыхъ есть $1/10^m$ или 10^{-m}, гдѣ m есть цѣлое положительное число. Показатель степени 10^{-m}, выражающей точность, называется *показателемъ точности*. Если показатель точности есть положительное число n, то точность $= 10^n$, т. е. разность между точнымъ числомъ и приближеннымъ меньше (или равна) цѣлаго числа 10^n.

---

*) См. учебникъ химіи.

**) Точность приближеннаго числа разсматривается независимо отъ знаковъ + и —, т. е. какъ величина абсолютная.

2. Численная величина алгебраической формулы вычисляется приближенно, когда буквы, входящія въ формулу, замѣняются числами ирраціональными или вообще приближенными.

При приближенномъ вычисленіи весьма важно умѣть рѣшать слѣдующія двѣ задачи:

1) *По даннымъ приближеніямъ чиселъ, входящихъ въ формулу, опредѣлить точность, съ которою находится численная величина всей формулы;*

2) *Съ какою точностью нужно знать приближенныя числа, входящія въ формулу, чтобы численная величина всей формулы получилась съ данной точностью.*

Рѣшеніе этихъ задачъ разсмотримъ сначала для каждаго изъ ариѳметическихъ дѣйствій отдѣльно. При этомъ условимся точныя числа обозначать большими буквами A, B, C,...., а соотвѣтствующія имъ приближенныя числа тѣми же буквами со значками, т. е. A′, B′, C′,...

Сложеніе.

3. Положимъ, что слагаемыя A′, B′, C′,.... даны съ точностями 10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c},.... такъ что (§ 1):

$$A - A' \leqslant 10^{-a},$$
$$B - B' \leqslant 10^{-b},$$
$$C - C' \leqslant 10^{-c},$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

Сложивъ эти неравенства и положивъ для сокращенія $A + B + C + \cdots = S$ и $A' + B' + C' + \cdots = S'$, получимъ:

$$S - S' \leqslant 10^{-a} + 10^{-b} + 10^{-c} + \cdots$$

Условимся называть *общей точностью* нѣсколькихъ чиселъ ту точность этихъ чиселъ, у которой показатель наибольшій; такъ что, если общая точность чиселъ A′, B′, C′,... есть 10^{-m}, то

$$-m \geqslant -a,\ -m \geqslant -b,\ -m \geqslant -c, \ldots.. \text{ и}$$

$$10^{-m} \geqslant 10^{-a},\ 10^{-m} \geqslant 10^{-b}, 10^{-m} \geqslant 10^{-c}, \ldots.$$

Если число слагаемыхъ A′, B′, C′, ... равно t, то вслѣдствіе послѣднихъ неравенствъ получимъ:

$$S - S' \leqslant t.10^{-m}.$$

Положимъ, что $t \leqslant 10^{\alpha}$, гдѣ α цѣлое положительное число; тогда изъ послѣдняго неравенства получимъ

$$S - S' \leqslant 10.^{\alpha - m}$$

Такимъ образомъ, обозначивъ точность суммы чрезъ 10^{s}, такъ что (§ 1) $S - S' \leqslant 10,^{s}$ будемъ имѣть:

$$10^{s} \leqslant 10^{\alpha - m}, \text{ или}$$

$$s \leqslant -m + \alpha. \qquad (1)$$

По этой формулѣ находится показатель точности суммы, когда извѣстны точности слагаемыхъ.

Очевидно, что показатель точности суммы (s) можетъ быть и числомъ положительнымъ и числомъ отрицательнымъ, хотя показатель общей точности слагаемыхъ есть отрицательное число ($-m$).

Примѣръ. Даны слагаемыя:

1,414	съ точностью	$10,^{-3}$
2,64	„ „ „	$10,^{-2}$
1,7099	„ „ „	$10,^{-4}$
13	„ „ „	$10^{-\infty}$ (точное число).

Найти точность суммы. Здѣсь $-m=-2, t=4, \alpha=1$; подставивъ эти числа въ формулу (1), получимъ

$$s \leqslant -2+1, s \leqslant -1;$$

т. е. съ увѣренностію можно сказать, что точность суммы $\leqslant 10^{-1}$.

4. Рѣшивъ неравенство (1) относительно $-m$, получимъ

$$-m \geqslant s-\alpha \qquad (2)$$

По этой формулѣ опредѣляется показатель общей точности слагаемыхъ, когда задана точность суммы.

Очевидно, что если s есть число положительное, то и $-m$ можетъ быть положительнымъ числомъ.

Примѣръ. Съ какою точностію нужно опредѣлить слагаемыя: $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[3]{19}$, $\sqrt{37}$ и $\sqrt[3]{56}$, чтобы получить сумму съ точностью 10^{-2}. Здѣсь $s=-2$, $t=6, \alpha=1$; по ф—лѣ (2) находимъ:

$$-m \geqslant -2-1, -m \geqslant -3;$$

т. е. слагаемыя должны быть вычислены съ точностью 10^{-3}.

Примѣчаніе. Изъ неравенствъ (1) и (2) съ увѣренностью можно брать только предѣльныя значенія s и $-m$, т. е. такія значенія, при которыхъ неравенства эти обращаются въ равенства.

Вычитаніе.

5. Обозначимъ чрезъ D' разность чиселъ A' и B'; пусть 10^{-d} есть общая точность вычитаемаго B' и разности D'; точность уменьшаемаго A' пусть будетъ 10^{-a}. Такъ какъ вычитаемое и разность можно разсматривать какъ слагаемыя, сумма которыхъ = уменьшаемому, то (§ 4) $-d > -a-1$, ибо въ настоящемъ случаѣ $t=2$ и слѣд. $\alpha=1$. Отсюда съ увѣренностью можно принять

$$-d=-a. \qquad (3)$$

Значитъ, уменьшаемое, вычитаемое и разность имѣютъ общую точность; поэтому искомая точность одного изъ этихъ чиселъ равна общей точности двухъ другихъ.

Примѣры. 1. Чтобы вычислить разность $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ съ точностью 10^{-2}, слѣдуетъ уменьшаемое и вычитаемое вычислить тоже съ точностью 10^{-2}.

2. Уменьшаемое $=\pi=3.141$; вычитаемое $=\sqrt[3]{3}$; разность можно вычислить съ точностью 10^{-3}, для этого достаточно найти вычитаемое $\sqrt[3]{3}$ тоже съ точностью 10^{-3}.

Умноженіе.

6. Пусть числа A' и B' даны съ точностями 10^{-a}, и 10^{-b}, такъ что $A-A'\leqslant 10^{-a}$ и $B-B'\leqslant 10^{-b}$, или

$$A\leqslant A'+10^{-a},$$
$$B\leqslant B'+10^{-b}.$$

Перемноживъ эти неравенства, получимъ

$$A.B-A'B'\leqslant(A'.10^{-b}+B.'10^{-a})+10.^{-(a+b)}$$

Положимъ, что общая точность A' и B' есть 10^{-m}, такъ что $-m\geqslant -a$ и $-m\geqslant -b$; тогда

$$A.B-A.'B'\leqslant 10^{-m}\ (A'+B')+10^{-2m};$$

замѣнивъ здѣсь B' и 10^{-m} чрезъ A' и предположивъ, что $A'\geqslant B'$, получимъ

$$A.B-A.'B'<3.A'\,10^{-m},$$

или

$$A.B-A.'B'<3.10^{\alpha-m},$$

гдѣ 10^{α} есть наименьшая степень десяти, большая чиселъ A' и B'. Послѣднее неравенство можно замѣнить неравенствомъ

$$A.B-A.'B'<10^{\alpha-m+1}.$$

Обозначимъ произведенія $A.B$ и $A.'B'$ чрезъ P и P' и положимъ, что точность числа P' есть 10^{p}, такъ что $P-P'\leqslant 10.^{p}$ Изъ послѣднихъ двухъ неравенствъ находимъ, что

$$10^{p}<10^{\alpha-m+1},$$

такъ что съ увѣренностью можно положить

$$p=\alpha-m; \qquad (4)$$

равенствомъ этимъ опредѣляется показатель точности (p) произведенія двухъ множителей, меньшихъ 10^{α} и имѣющихъ общую точность 10^{-m}.

Примѣры. 1. Какую точность будетъ имѣть произведеніе $\pi\sqrt{89}$, если взять $\pi=3.14$, $\sqrt{89}=9,433$?

Такъ какъ $\pi<10^{1}$ и $\sqrt{89}<10^{1}$, то $\alpha=1$; общая точность множителей есть 10^{-2}, т. е. $-m=-2$; поэтому

$$p=1-2=-1;$$

т. е. точность произведенія $=10^{-1}$.

2. Съ какою точностью нужно вычислить $\sqrt{3}$, чтобы произведеніе $85.\sqrt{3}$ имѣло точность 10^{-2}?

Здѣсь $a=2$, $p=-2$; точность $-m$ множителя получится изъ равенства

$$-2=2-m, \text{ т. е. } -m=-4,$$

слѣд. $\sqrt{3}$ нужно вычислить съ четырьмя десятичными знаками.

7. Рѣшивъ равенство (4) относительно $-m$, получимъ формулу

$$-m=p-a, \qquad (5)$$

по которой можно опредѣлить общую точность двухъ множителей по заданной точности ихъ произведенія.

Можетъ случиться, что численная величина $-m$, найденная по этой формулѣ, меньше, чѣмъ это необходимо; но во всякомъ случаѣ, опредѣливъ множителей съ точностью 10^{-m}, можно быть увѣреннымъ, что точность произведенія будетъ $\leqslant 10^{p}$.

8. Обозначимъ чрезъ 10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}. точности чиселъ A′, B′ и C′, такъ что

$$A\leqslant A'+10^{-a},$$
$$B\leqslant B'+10^{-b},$$
$$C\leqslant C'+10^{-c}.$$

Перемноживъ эти неравенства, получимъ:

$$ABC-A'B'C'\leqslant(A'B'.10^{-c}+B'C'.10^{-a}+C'A'.10^{-b})+$$
$$+(A'.10^{-(b+c)}+B'.10^{-(a+c)}+C'.10^{-(a+b)})+10^{-(a+b+c)}.$$

Пусть 10^{-m} есть общая точность множителей A′,B′,C′; тогда $-m\geqslant-a$, $-m\geqslant-b$, $-m\geqslant-c$. Замѣнивъ во второй части предъидущаго неравенства числа A′,B′,C′ ближайшими большими степенями десяти: 10^{α}, 10^{β}, 10^{γ}, получимъ:

$$ABC-A'B'C'\leqslant$$
$$\leqslant 10^{-m}(10^{\alpha+\beta}+10^{\beta+\gamma}+10^{\gamma+\alpha})+10^{-2m}(10^{\alpha}+10^{\beta}+10^{\gamma})+10^{-3m};$$

изъ этого неравенства при $\alpha\geqslant\beta\geqslant\gamma$ получимъ:

$$ABC-A'B'C'\leqslant 10^{-m}.3.10^{\alpha+\beta}+10^{-2m}.3.10^{\alpha}+10^{-3m}$$

или

$$ABC-A'B'C'\leqslant 10^{-m}(3.10^{\alpha+\beta}+10^{-m}3.10^{\alpha}+10^{-2m});$$

замѣнивъ въ скобкахъ 10^{-m} чрезъ 10^{β}, получимъ

$$ABC-A'B'C'<7.10^{\alpha+\beta-m}$$

или

$$ABC-A'B'C'<10^{\alpha+\beta-m+1}.$$

Обозначивъ произведенія чрезъ P и P' и положивъ, что точность число P' есть 10^p, такъ что

$$P - P' \leqslant 10^p,$$

на основаніи послѣдняго неравенства будемъ имѣть

$$10^p < 10^{\alpha+\beta-m+1}, \text{ т. е.}$$

$$p < \alpha + \beta - m + 1;$$

отсюда съ увѣренностью можно положить

$$p = \alpha + \beta - m. \qquad (6)$$

Этимъ равенствомъ опредѣляется показатель точности (p) произведенія трехъ множителей, имѣющихъ общую точность 10^{-m}, въ предположеніи, что наибольшіе изъ нихъ не превышаютъ 10^α и 10^β.

Рѣшивъ равенство (6) относительно $-m$, получимъ:

$$-m = p - \alpha - \beta; \qquad (7)$$

по этой формулѣ рѣшается обратная задача, т. е. находится общая точность трехъ множителей по данной точности ихъ произведенія.

Найдемъ формулу для опредѣленія точности произведенія t множителей A',B',C', . . . K',L', вычисленныхъ съ точностями

$$10^{-a},\ 10^{-b},\ 10^{-c}, \ldots, 10^{-k},\ 10^{-l}.$$

Перемноживъ неравенства

$$A \leqslant A' + 10^{-a},$$
$$B \leqslant B' + 10^{-b},$$
$$C \leqslant C' + 10^{-c},$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$K \leqslant K' + 10^{-k},$$
$$L \leqslant L' + 10^{-l},$$

и положивъ $ABC \ldots KL = P$ и $A'B'C' \ldots K'L' = P'$, получимъ:

$$P - P' \leqslant \Delta,$$

гдѣ Δ состоитъ изъ t группъ членовъ:

въ 1-й группѣ будутъ всѣ сочетанія изъ t буквъ A',B',C' . . . K',L' по $t-1$, умноженныя на 10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, . . . , 10^{-k}, 10^{-l}; число членовъ этой группы $= C^t_{t-1} = C_1{}^t = t$;

во 2-й группѣ будутъ всѣ сочетанія изъ тѣхъ же t буквъ по $t-2$, умноженныя на сочетанія изъ 10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, . . . , 10^{-k}, 10^{-l} по 2; число членовъ этой группы $= C^t_{t-2} = C^t_2 = \frac{t(t-1)}{1.2}$;

въ 3-й группѣ будутъ сочетанія изъ тѣхъ же t буквъ по $t-3$, умноженныя на сочетанія изъ 10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, . . . 10^{-k}, 10^{-l} по 3; число членовъ этой группы $= C^t_{t-3} = C^t_3 = \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3}$; и т. д.

въ предпослѣдней группѣ будутъ произведенія каждаго изъ чиселъ $A', B', C', \ldots, K', L'$ на сочетанія изъ 10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, $\ldots$, 10^{-k}, 10^{-l} по $t-1$; въ этой группѣ будетъ $C_t^t = C_{t-1}^t = t$ членовъ; послѣдняя группа состоитъ изъ одного члена $10^{-(a+b+c+\ldots+k+l)}$.

Обозначимъ чрезъ $-m$ показателя общей точности всѣхъ множителей $A', B', C', \ldots, K', L'$ и положимъ, что наименьшій изъ этихъ множителей есть L'; тогда

$$\text{сумма членовъ 1-й группы} \leqq 10^{-m} A'B'C' \ldots K'.t,$$

$$\text{„ \quad „ \quad 2-й \quad „} \leqq 10^{-m} A'B'C' \ldots K'. \frac{t(t-1)}{1.2},$$

$$\text{„ \quad „ \quad 3-й \quad „} \leqq 10^{-m} A'B'C' \ldots K' \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3}$$

и т. д.

$$\text{сумма членовъ предпослѣдней гр.} \leqq 10^{-m}. A'B'C' \ldots K'.t \text{ и}$$

$$\text{„ \quad „ \quad послѣдней группы} \leqq 10^{-m}. A'B'C' \ldots K'.$$

Сложивъ эти неравенства и замѣтивъ, что

$$t + \frac{t(t-1)}{1.2} + \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3} + \cdots + t + 1 = 2^t - 1,$$

получимъ

$$\triangle \leqq 10^{-m}(2^t - 1) A'B'C' \ldots K',$$

или

$$P - P' < 10^{x-m}. A'B'C' \ldots K',$$

гдѣ x есть наименьшее изъ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ, удовлетворяющихъ условію

$$10^x > 2^t - 1.$$

Замѣнивъ числа $A', B', C', \ldots K'$ ближайшими къ нимъ и большими ихъ степенями десяти, т. е. числами 10^α, 10^β, $10^\gamma, \ldots 10^\chi$; получимъ

$$P - P' < 10^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots+\chi-m+x}$$

Если точность произведенія P' есть 10^p, т. е.

$$P - P' \leqq 10^p,$$

то на основаніи предъидущаго неравенства заключаемъ, что

$$10^p < 10^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots+\chi-m+x}$$

т. е.

$$p < \alpha + \beta + \gamma + \ldots + \chi - m + x,$$

и можно съ увѣренностью положить

$$p = \alpha + \beta + \gamma + \ldots + \chi - m + x - 1. \qquad (8).$$

По этой формулѣ находится показатель точности (p) произведенія t множителей, имѣющихъ общую точность 10^{-m}.

10. Опредѣливъ изъ равенства (8) $-m$, получимъ формулу

$$-m = p - (\alpha + \beta + \gamma + \ldots + \chi) - x + 1, \qquad (9)$$

по которой опредѣляется общая точность $(-m)$ t множителей, когда точность произведенія ихъ задана напередъ.

Формулы (4), (5), (6) и (7) суть частные случаи формулъ (8) и (9).

Примѣчаніе. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ формулы (8) и (9) даютъ слишкомъ большія числа для p и слишкомъ малыя числа для $-m$; но во всякомъ случаѣ можно утверждать, что точность произведенія не будетъ больше той, которая опредѣляется по формулѣ (8), и точность производителей безполезно брать меньшую, чѣмъ та, которая опредѣляется формулой (9).

Примѣры. 1. Даны множители

9.4339 съ точностью 10^{-4},
83.41995 „ „ 10^{-5},
8.6602 „ „ 10^{-4};

найти точность произведенія.

Здѣсь $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $-m = -4$, $t = 3$, $x = 1$; по формулѣ (8) получимъ

$$p = 2 + 1 - 4 + 1 - 1 = -1;$$

слѣд. точность произведенія $\leqslant 10^{-1}$.

Дм. Ефремовъ (Ив.-Вознесенскъ).

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новая комета Rordame-Quénisset.—Комета эта была открыта независимо другъ отъ друга двумя наблюдателями: 8-го іюля (н. с.), ее открылъ Rordame въ С. Америкѣ, въ Утѣ, на берегахъ Соленаго Озера, а 9-го она была замѣчена невооруженнымъ глазомъ въ обсерваторіи Фламмаріона Juvisy молодымъ астрономомъ Quénisset. Въ 10 час. вечера 9-го іюля ея положеніе было 7 час. 50 мин. прямого восхожденія и $41^0\,50'$ полярнаго разстоянія. На другой день комету наблюдали въ Килѣ, Кёнигсбергѣ и Бамбергѣ и тогда ея прямое восхожденіе было 8 ч. 29 мин., а полярное разстояніе $42^0\,57'$. Въ день своего появленія комета имѣла шарообразную голову въ $10'-15'$ въ діаметрѣ съ довольно интенсивнымъ ядромъ въ центрѣ и прямолинейный хвостъ длиною въ 3^0, направленный, какъ всегда, въ сторону, противоположную солнцу. Голова ея свѣтила по крайней мѣрѣ въ 4 раза сильнѣе, чѣмъ туманность Андромеды. 11-го—хвостъ кометы былъ уже лишь въ 2^0 длиною, 16-го—въ 1^0, 19-го—въ $24'$. Въ этотъ же день было замѣчено, что хвостъ кометы раздвоился и это подтвердилось на фотографическихъ снимкахъ. Schackleton въ Лондонѣ констатировалъ 17-го іюля въ ея спектрѣ три блестящія линіи углерода. Комета эта прошла 7-го

іюля ок. 7 ч. 30 мин. вечера черезъ свой перигелій на разстояніи ок. 100 милліоновъ километровъ отъ солнца, а затѣмъ она стала удаляться отъ солнца и отъ земли. 9-го—она находилась отъ солнца на разстояніи 101 мил. кил., а отъ земли—61 мил. кил., 15-го—104 м. к. отъ солнца и 78 м. к. отъ земли, 20-го—108 м. к. отъ солнца и 103 отъ земли. Комета была видима невооруженнымъ глазомъ до 21 іюля. Повидимому эта комета не принадлежитъ къ числу періодическихъ, или же имѣетъ очень большой періодъ. (L'Astronomie). *В. Г.*

Дѣйствіе растворовъ солей и щелочей на стекло. Многочисленные опыты надъ дѣйствіемъ различныхъ растворовъ при разныхъ температурахъ на стекло были произведены F. Foerster'омъ. Вотъ главные выводы изъ его наблюденій.

1) Ѣдкія щелочи растворяютъ стекло далеко сильнѣе воды. Наиболѣе дѣйствуетъ ѣдкій натръ, затѣмъ ѣдкое кали, амміакъ и баритовая вода. Растворы, уже соединенные съ небольшими количествами кремнекислоты, дѣйствуютъ сильнѣе чистыхъ. Концентрированные растворы дѣйствуютъ при обыкновенной температурѣ слабѣе разбавленныхъ.

2) Дѣйствіе увеличивается съ повышеніемъ температуры.

3) Углекислыя щелочи также дѣйствуютъ сильнѣе воды, даже въ очень слабыхъ растворахъ. Сода дѣйствуетъ быстрѣе, чѣмъ поташъ, взятый въ эквивалентномъ количествѣ.

4) Соли, кислоты которыхъ образуютъ нерастворимыя известковыя соли, дѣйствуютъ сильнѣе воды. Дѣйствіе ихъ усиливается съ увеличеніемъ концентраціи.

5) Соли, кислоты которыхъ даютъ растворимыя известковыя соли, дѣйствуютъ слабѣе воды. Дѣйствіе ихъ ослабляется съ увеличеніемъ концентраціи. *В. Г.*

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Градина въ 1 фунтъ 32 зол. выпала 30 іюля въ 6 ч. 37 м. вечера въ Кіевѣ. Она имѣла форму закрытой продолговатой сплюснутой съ боковъ раковины въ 10,5 цм. длиною. На срединѣ въ ней замѣчено было углубленіе, гдѣ ледъ казался рыхлымъ и ноздреватымъ. Отсюда шли правильные круги; по мѣрѣ увеличенія круговъ ледъ представлялъ болѣе сплоченную массу. Падая, градина ударилась о стѣну каменнаго флигеля и раскололась на двое. По мѣрѣ таянія, въ массѣ льда были замѣчены песчинки, мелкія зерна и какія-то каменистыя частицы.

Землетрясенія въ окрестностяхъ г. Вѣрнаго были довольно часты весною и лѣтомъ настоящаго года. Съ 7-го по 9-е іюля наблюдалось семь легкихъ содраганій земли съ подземнымъ гуломъ. 10-го іюня былъ

толчекъ въ 8 ч. утра. На Отарѣ было небольшое землетрясеніе днемъ 24 іюня. На сѣверномъ берегу озера Иссыкъ-куль въ с. Сазоновкѣ и дер. Уйталѣ произошло настолько сильное землетрясеніе, что въ Уйталѣ въ нѣкоторыхъ домахъ разрушились дымовыя трубы.

Землетрясенія въ Одессѣ наблюдались 5-го августа въ 4 ч. 37 мин. пополудни и 29-го августа въ 5 ч. 45 м. утра. Нѣкоторые изъ очевидцевъ утверждаютъ, что второе землетрясеніе было сильнѣе перваго, другіе же говорятъ, что первое было значительно сильнѣе. Объ этомъ трудно судить, такъ какъ условія наблюденія того и другого землетрясенія были весьма различны. Первое землетрясеніе длилось ок. 4-хъ секундъ и во многихъ мѣстахъ ясно чувствовались два удара. Въ нѣкоторыхъ домахъ зазвонили колокольчики у дверей, въ одномъ изъ домовъ въ Театральномъ переулкѣ и въ казармахъ при Бульварномъ полицейскомъ участкѣ оказались трещины, а въ камерѣ судебнаго слѣдователя отъ сотрясенія разбилось окно. Второе землетрясеніе разбудило многихъ обывателей, которые чувствовали сотрясенія кровати. Землетрясенія охватили сравнительно большой районъ и наблюдались во многихъ городахъ юга Россіи.

Страшный ураганъ въ С. Америкѣ пронесся въ ночь съ 28-го на 29 августа (н. с.), съ юга на сѣверъ, по штатамъ Георгіи, Ю. Каролинѣ и Виргиніи. Ураганъ этотъ продолжался 8 часовъ и разрушилъ до основанія городъ Саванну въ теченіе часа времени. Здѣсь погибли тысячи людей, а убытки невообразимо велики. Однѣхъ только церквей, разрушенныхъ до основанія, извѣстно свыше 70-и. Портовый городъ Балтимора полуразрушенъ, въ портѣ плавали опрокинутыя суда. Особенно пострадали города Брунсвикъ, Петерсбургъ, Шарлотъ, Керперсвилль, Портъ-Рояль, Сибрукъ, Чарльстоунъ и др. Погибло много судовъ; число ихъ пока неизвѣстно.

Вліяніе электричества на микроорганизмы. Проф. Арсонваль произвелъ цѣлый рядъ опытовъ для опредѣленія степени вліянія электричества на животныхъ. Животныя помѣщались для этого въ соленоидъ, по которому пропускался сильный альтернативный токъ (до 800000 колебаній въ секунду). Высшія животныя выдерживаютъ эти токи; микроорганизмы также не мѣняютъ своей формы и не теряютъ жизнедѣятельности, но измѣняется характеръ ихъ выдѣленій. Разводки однѣхъ и тѣхъ же бациллъ окрашивались въ различные цвѣта отъ большаго или меньшаго воздѣйствія на нихъ токовъ.

ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ ВЪ $18^{92}/_{93}$ Г.

Симферопольская гимназія.

А. Задача по алгебрѣ. На заводѣ отлиты пушечныя ядра, число которыхъ не превышаетъ большаго корня уравненія:

$$12\left(\frac{16}{25}x\right)^{-3/4}-\left(\frac{16}{25}x\right)^{-3/8}=2^{-4}$$

Если расположить ихъ въ кучи по 13 штукъ, то останется 9, если же положить по 17, то останется 14. Сколько ядеръ отлито на заводѣ?

Б. Задача по геометріи. Найти выраженія для полной поверхности и объема тѣла, которое произошло отъ вращенія равнобедреннаго треугольника около одной изъ равныхъ сторонъ, какъ около оси, если основаніе $\triangle$-ка a дюймовъ, а противоположный ему уголъ α^0.

В. Ариѳметическая задача (для стороннихъ лицъ). Чайный торговецъ, имѣя вексель въ 1500 р., дисконтируетъ его коммерчески, считая по $3^1/_5\%$ въ годъ, за 2,4 мѣсяца до срока и на вырученную сумму покупаетъ чай двухъ сортовъ по 3 р. 50 коп. и по 3 руб. 80 коп. за фунтъ. Смѣшавши оба сорта, купецъ разсчиталъ, что, продавая смѣсь по 3 руб. 60 к. за фунтъ, онъ только выручитъ свои деньги, не получивши ни прибыли, ни убытку. Сколько онъ купилъ фунтовъ перваго и сколько второго сорта?

Тамбовская гимназія.

Алгебра. Ариѳметическая прогрессія, у которой третій членъ равенъ числу сочетаній изъ 5 элементовъ по 3, а седьмой есть $\sqrt[3]{10648}$, состоитъ изъ 8 членовъ. На какое цѣлое число слѣдуетъ раздѣлить сумму всѣхъ членовъ этой прогрессіи, чтобы получить въ частномъ число, на 9 единицъ меньше дѣлителя, а въ остаткѣ число, на 3 единицы меньше частнаго.

Геометрія. Построить треугольникъ по основанію a, высотѣ h_a и одной изъ двухъ другихъ сторонъ b. Въ построенный по этимъ даннымъ треугольникъ вписать кругъ и вычислить радіусъ этого круга, полагая $a=6$, $h_a=8$ и $b=10$.

Сообщ. *И. Александровъ.*

Варшавское реальное училище.

Въ VI классѣ. *По ариѳметикѣ* (основная): На сумму, удержанную конторой при математическомъ учетѣ предъявленнаго ей векселя въ 451 рубль, произведенномъ за 1 годъ 4 мѣсяца 20 дней до срока по 8%, былъ купленъ слитокъ изъ мѣди и серебра въ 1,541(6) фунта. Слитокъ этотъ при погруженіи въ воду теряетъ въ своемъ вѣсѣ 14 золотниковъ 64 доли, тогда какъ въ отдѣльности серебро теряетъ въ водѣ $9^{11}/_{21}\%$, а мѣдь $11,(1)\%$ своего вѣса. Зная, что 1 золотникъ серебра стоитъ то же, что 0,5 фунта мѣди, и что они своей цѣны въ смѣси не теряютъ, найти цѣну фунта того и другого металла. Сдѣлать повѣрку. (Годъ принимать равнымъ 360-ти днямъ, мѣсяцъ равнымъ 30-ти днямъ).

Ариѳметика (запасная). Нѣкто продалъ вексель въ 742,5 руб. съ матем. учетомъ за 2,0833.... года до срока по стольку процентовъ, по скольку надо отдать 3200 рублей, чтобы имѣть черезъ 3 года 4 мѣс. 24 дня прибыли 652 руб. 80 коп... Вырученныя отъ продажи деньги

были раздѣлены на 3 части, изъ которыхъ первая относилась ко второй, какъ $^{13}/_{44}$: 0,(81), а вторая къ третьей, какъ $^{1}/_{17}$: 0,02(7). На первую изъ этихъ частей былъ купленъ чай въ 52 руб. пудъ, а на вторую—въ 1,6 руб. фунтъ, и весь этотъ чай былъ смѣшанъ. Спрашивается, за сколько рублей должно продавать фунтъ смѣси, чтобы получить на затраченныя на всю эту покупку деньги 30% прибыли. Проценты простые. Годъ принимать въ 360 дней, мѣсяцъ—въ 30 дней.

По геометріи (основныя). 1. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла прямоугольнаго треугольника, вписаннаго въ полуокружность радіуса r, на діаметръ, около котораго вся фигура вращается, дѣлитъ этотъ діаметръ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи. Вычислить высоту прямого цилиндра, радіусъ основанія котораго равенъ меньшему изъ катетовъ прямоугольнаго треугольника и объемъ равенъ разности объемовъ двухъ тѣлъ вращенія, полученныхъ отъ обращенія полукруга и прямоугольнаго треугольника.

2. Построить параллелограммъ по периметру, углу между двумя его сторонами и противолежащей этому углу діагонали.

Геометрія (запасныя). 1. Въ шарѣ радіуса R выдолблена конусообразная пустота такъ, что ось выдолбленнаго тѣла проходитъ чрезъ центръ шара, вершина его находится на поверхности шара и радіусъ окружности отверстія, лежащей тоже на поверхности шара, равенъ $^{4}/_{5}$ R. Вычислить отношеніе объема вынутой массы къ объему всего шара.

2. Построить четыреугольникъ, если даны: діагонали e_1 и e_2 четыреугольника, уголъ ε между діагоналями, отношеніе $m:n$ двухъ смежныхъ сторонъ четыреугольника и уголъ δ между двумя остальными его сторонами.

По тригонометріи (основная). Одна изъ сторонъ треугольника $c=234$ фут., разность угловъ, прилежащихъ къ ней, $A-B=\alpha=$ $=30^0 50' 44'',32$, а разность прочихъ двухъ сторонъ $a-b=d=98$ фут. Найти площадь треугольника. Повѣрить задачу.

Тригонометрія (запасная). Сумма двухъ сторонъ треугольника $a+b=203$ футамъ, третья сторона $c=145$ футамъ и площадь треугольника $S=2610$ квадр. футамъ. Рѣшить треугольникъ и сдѣлать повѣрку.

По алгебрѣ (основныя). 1. Мясникъ купилъ нѣсколько телятъ и овецъ, платя за каждаго теленка столько полтинниковъ, сколько купилъ овецъ, а за каждую овцу число полтинниковъ, равное $^{1}/_{4}$ числа купленныхъ овецъ. Если бы онъ далъ за каждаго теленка 2-мя рублями болѣе, чѣмъ онъ платилъ, а за каждую овцу рублемъ дороже, то ему пришлось бы заплатить за нихъ 70-ью рублями болѣе, нежели онъ заплатилъ, а если бы каждая овца стоила столько, сколько теленокъ, то ему за все пришлось бы заплатить 564 рубля. Сколько было куплено телятъ и овецъ, и что стоитъ каждый теленокъ и каждая овца? Сдѣлать повѣрку.

2. Рѣшить систему уравненій:

$$x+2y+z=19,$$
$$x^2+4y^2+z^2=133,$$
$$xz=4y^2.$$

Алгебра (запасныя). 1. Число меньше 3000; оно дѣлится безъ остатка на 3, 4, 5 и 7; при дѣленіи на 9 даетъ въ остаткѣ (—3), а при дѣленіи на 11 даетъ остатокъ 3. Найти это число.

2. Рѣшить систему уравненій:

$$x + y + \sqrt{x+y} = 12,$$
$$x^3 + y^3 = 189.$$

Въ дополнительномъ классѣ. *По алгебрѣ*: Нѣкто, будучи въ лодкѣ въ 3-хъ миляхъ отъ ближайшей точки берега, желаетъ въ кратчайшее время достигнуть мѣста, находящагося въ 5-ти миляхъ отъ этой точки, считая вдоль берега; предполагая, что онъ можетъ проходить по 5-и миль, а проплывать по 4 мили въ часъ, требуется опредѣлить мѣсто, къ которому онъ доженъ приплыть.

По приложенію алгебры къ геометріи. Въ кругѣ радіуса r вписать равнобедренный треугольникъ, въ которомъ сумма основанія съ высотой равна данной линіи a.

Сообщ. *С. Гирманъ.*

ЗАДАЧИ.

№ 519. Рѣшить уравненіе

$$x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 48x - 48 = 0.$$

А. Гольденбергъ (Горки).

№ 520. Данъ прямоугольникъ ABCD и гдѣ нибудь въ пространствѣ точка M. Показать, что

$$\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{DM}^2.$$

И. Вонсикъ (Красное Село).

№ 521. Показать, что радіусъ шара, вписаннаго въ ромбическій додекаэдръ, равенъ $a\sqrt{1/2}$, а объемъ ромбическаго додекаэдра равенъ $2a^3$, гдѣ a есть половина прямой, соединяющей вершины противоположныхъ четырегранныхъ угловъ.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 522. Рѣшить систему

$$x + y = a;\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = m.$$

В. Перельцвейгъ (Полтава).

№ 523. Найти сумму n членовъ ряда

$$S = 8 + 2.89 + 3.899 + 4.8999 + \ldots\ldots$$

И. Вонсикъ (Красное Село).

№ 524. Нѣкто купилъ вексель за 3 мѣсяца до срока съ учетомъ (математическимъ) по 8%, но должникъ въ срокъ денегъ не уплатилъ. Получивъ деньги по суду черезъ полгода, владѣлецъ векселя нажилъ отъ всей операціи 101 р. 20 к. Найти валюту векселя, если извѣстно, что за просроченное время взыскано было 6% (годовыхъ). — Рѣшеніе требуется ариѳметическое.

В. Макашовъ (Ив.-Вознес.).

№ 525. Показать, что если 3^{n-1} есть сумма трехъ различныхъ квадратовъ, то 3^n есть сумма четырехъ квадратовъ.

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

№ 526. Закрытый цилиндръ изъ тонкой латуни, малой высоты, содержитъ 1080 gr. воды; одно изъ основаній его, имѣющее площадь въ 3 кв. децим. и зачерненное такъ, что совершенно поглащаетъ солнечные лучи, расположено перпендикулярно къ лучамъ солнца. Замѣчено, что температура воды повышается на $\frac{1}{2}$°C въ минуту. Вычислить: 1) сколько калорій въ часъ получаетъ квадратный центиметръ основанія цилиндра, обращеннаго къ солнцу; 2) сколько калорій въ сутки получаетъ площадь большого круга земного шара ($= 127 \times 10^6$ кв. килом.), перпендикулярная къ солнечнымъ лучамъ.—(Теплоемкостью цилиндра можно пренебречь).

(Заимств.). *Д. Е.* (Ив.-Вознес.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 7 (2 сер.). Показать, что во всякомъ правильномъ $3m$-угольникѣ разность между m-ой и $(m-2)$-й діагоналями равняется сторонѣ, разность между $(m+1)$-ой и $(m-3)$-й діагоналями равняется 1-й діагонали, разность между $(m+2)$-ой и $(m-4)$-ой діагоналями равняется 2-ой діагонали и т. д., а $(m-1)$-ая діагональ равна сторонѣ правильнаго треугольника, вписаннаго въ тотъ-же кругъ, въ который можетъ быть вписанъ и данный $3m$-угольникъ.

Пусть AM — m-ая діагональ $3m$-угольника, AL — $(m-1)$-ая, AK—$(m-2)$-я, AJ—$(m-3)$-я, AN—$(m+1)$-ая его діагонали. Такъ какъ AL стягиваетъ дугу въ 120°, то $\angle AML = 60°$. Опустивъ изъ K перпендикуляръ на AL и продолживъ его до пересѣченія съ AM въ K′, легко докажемъ, что KL=K′L=ML=K′M, т. е. что разность K′M между m-ой и $(m-2)$-ой діагоналями равна сторонѣ многоугольника.

Соединивъ точки N и L, найдемъ, что $\angle ANL = 60°$, а проведя $JJ' \perp AL$ (J′ на AN) и соединивъ J и J′ съ L, докажемъ безъ труда, что JL=J′L=LN=J′N, т. е. что разность J′N между $(m+1)$-ой діагональю AN и $(m-3)$-ей—AJ равна JL, т. е. 1-ой діагонали. Точно так-

же докажемъ, что разность между $(m+2)$-й и $(m-4)$-ой діагоналями равна 2-ой діагонали и т. д.

Послѣднее положеніе задачи прямо слѣдуетъ изъ того, что $(m-1)$-ая діагональ стягиваетъ дугу въ 120^0.

В. Ходаковъ (Курскъ); *С. Блажко* (Хотимскъ); *В. Моргунъ* (Кіевъ).

№ 12 (2 сер.). Внутри круга на неподвижномъ діаметрѣ даны двѣ точки A и B (расположенныя по одну сторону отъ центра O или по разныя). Соединяя точки A и B съ концами другого подвижного діаметра CD, получимъ различные четыреугольники. Требуется найти геометрическое мѣсто точекъ пересѣченія противоположныхъ сторонъ этихъ четыреугольниковъ.

Предположимъ, что точки A и B расположены по разныя стороны центра O; пусть M будетъ пересѣченіе сторонъ AC и BD, и M'—сторонъ AD и BC. Проведя CK||MD (K на AB) и соединивъ K и D, изъ подобныхъ $\triangle$-овъ AMB и ACK и AM'B и ADK, получимъ

$$\frac{AM}{AC}=\frac{AB}{AK};\ \frac{AM'}{AD}=\frac{AB}{AK},\ \text{т. е. } \frac{AM}{AC}=\frac{AM'}{AD},$$

слѣд. MM'||CD. Если X—пересѣченіе MM' и AB, то въ точкѣ X линія MM' дѣлится пополамъ. Такъ какъ

$$AX=\frac{AB.AO}{AK}=\text{const. и } MX=\frac{AB.CO}{AK}=\text{const.},$$

то искомымъ геометрическимъ мѣстомъ будетъ окружность, описанная изъ точки X, сопряженно гармонической съ точками A,O и B, радіусомъ, равнымъ MX.—Если точки A и B лежатъ по разныя стороны центра O, то окружность эта заключаетъ въ себѣ данную, въ противномъ случаѣ заключается въ ней.

Н. Волковъ (Воронежъ); *Н Плетневъ* (Спб.); *Н Соловьевъ* (Москва).

№ 17 (2 сер.). Черезъ точку A внутри круга O проведена въ произвольномъ направленіи хорда PQ и двѣ окружности O_1 и O_2, касающіяся данной въ точкахъ P и Q. Найти геометрическое мѣсто второй точки B пересѣченія окружностей O_1 и O_2 и доказать, что 1) сумма радіусовъ этихъ окружностей есть величина постоянная и 2) линія ихъ центровъ O_1O_2 проходитъ черезъ нѣкоторую постоянную точку.

Такъ какъ P—центръ подобія круговъ O и O_1, а Q—круговъ O и O_2, то четыреугольникъ AO_1OO_2 есть параллелограммъ и потому 1) сумма радіусовъ окружностей O_1 и O_2 равна радіусу окружности O; 2) линія центровъ OO_1 всегда дѣлится пополамъ постоянной точкой K—срединой линіи AO, и 3) такъ какъ $\angle$ ABO прямой ($\triangle ABO \infty \triangle ANK$, гдѣ N—средина AB), то геометрическимъ мѣстомъ точки B служитъ окружность, описанная на AO, какъ на діаметрѣ.

А. Плетневъ (Спб.); *В. Х.*, *Л. Лебедевъ* (Курскъ); *С. Блажко* (Хотимскъ).

№ 348 (2 сер.). Построить треугольникъ по данной площади, углу и медіанѣ, соотвѣтствующей одной изъ сторонъ даннаго угла.

Описываемъ на медіанѣ дугу, вмѣщающую данный уголъ, и проводимъ прямую параллельно медіанѣ на разстояніи отъ нея, равномъ $a^2:m$, гдѣ a^2 — данная площадь, а m — медіана. Пересѣченіемъ этой параллели съ дугой опредѣляется вершина треугольника. Дальнѣйшее построеніе очевидно.

А. Гальперинъ, В Перельцвейгъ (Полтава); *А. Мельниковъ* (Троицкъ); *Х. Едлинъ* (Кременчугъ); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ); *П Хлѣбниковъ* (Тула).

№ 382 (2 сер.). Найти сумму:

$$\frac{a \pm a_1}{a a_1} + \frac{aq \pm a_1 q_1}{aq a_1 q_1} + \frac{aq^2 \pm a_1 q_1^2}{aq^2 a_1 q_1^2} + \ldots\ldots + \frac{aq^n \pm a_1 q_1^n}{aq^n\, a_1 q_1^n}$$

при $n = \infty$ и $q > 1$, $q_1 > 1$.

Данную сумму легко представить въ видѣ

$$\frac{a}{aa_1}\left(1 + \frac{q}{qq_1} + \frac{q^2}{q^2 q_1^2} + \ldots + \frac{q^n}{q^n q_1^n}\right) \pm$$

$$\pm \frac{a_1}{aa_1}\left(1 + \frac{q_1}{qq_1} + \frac{q_1^2}{q^2 q_1^2} + \ldots + \frac{q_1^n}{q^n q_1^n}\right) = \frac{q_1}{a_1(q_1 - 1)} \pm \frac{q}{a(q-1)}.$$

О. Озаровская (Спб.); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *А. П.* (Пенза); *С. Бабанская, К. Исаковъ* (Тифлисъ); *В. Шишаловъ* (Ив.-Вознес.); *К. Капріелли, П. Ивановъ* (Одесса); *П. Хлѣбниковъ* (Тула).

№ 383 (2 сер.). Построить треугольникъ по радіусу вписаннаго въ него круга, по отрѣзку отъ вершины треугольника до точки касанія вписаннаго круга и по сторонѣ, не прилежащей къ этому отрѣзку.

Описавъ даннымъ радіусомъ окружность, проведя къ ней въ точкѣ T касательную, отложивъ отъ точки касанія данный отрѣзокъ до точки B и проведя изъ B касательную къ окружности, найдемъ уголъ, противолежащій данной сторонѣ. Зная, что разстояніе точки касанія внѣ вписаннаго круга отъ противоположной вершины равно полупериметру треугольника, откладываемъ на продолженіи BT отъ точки T до M данную сторону a, возставляемъ въ M перпендикуляръ къ BM до пересѣченія съ биссекторомъ угла B въ точкѣ O. Описавъ изъ O окружность радіусомъ OM, проводимъ касательную къ ней и къ окружности, вписанной въ треугольникъ. Точки пересѣченія этой касательной со сторонами угла B и будутъ остальными вершинами треугольника.

Л. Герасимова (Кременчугъ); *В. Шишаловъ, В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *А. Рѣзновъ* (Самара); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *К. Капріелли* (Одесса); *П. Хлѣбниковъ* (Тула).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 11-го Сентября 1893 г.
„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова